ALCANCE
ISSN 2960-8244 Revista Científica del Instituto de Posgrado de la UNESUM
Instituto de Posgrado UNESUM

HISTORICAL EVOLUTION OF QUADRATIC AND CUBIC EQUATIONS

EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS Y CÚBICAS

Autores:
Nixon kelvin Cedeño Relles, [1] https://orcid.org/0009-0001-4830-4404
Ing. Maydelin Tamayo Batista, Mg, [2] https://orcid.org/0000-0002-0078-2984
Lic. Soraya Gisela Merchán Briones, Mg. [3] https://orcid.org/0009-0007-3838-5128
Lic. Andrea Valeria Cedeño Relles, Mg. [4] https://orcid.org/0009-0002-2532-1807

[1] reyeskelvin297@gmail.com
[2] maydetamayob14@gmail.com Docente de la Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí
[3] soraya.merchan@educacion.gob.ec Docente Unidad Educativa Campozano
[4] andreav.cedeno@educacion.gob.ec Docente Unidad Educativa Campozano

Recibido:18-08-2024 **Aprobado:**06-09-2024 **Publicado:**18-11-2024

RESUMEN

La evolución de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas ha sido crucial en el desarrollo de las matemáticas. Desde soluciones geométricas antiguas hasta la notación algebraica moderna, estas ecuaciones han influido en diversas disciplinas, mostrando su relevancia tanto en la teoría matemática como en aplicaciones prácticas. Esta investigación analiza la evolución histórica de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas mediante un enfoque descriptivo y holístico. Se exploraron los desarrollos clave desde la antigüedad hasta el periodo moderno. Se examinan las contribuciones de matemáticos destacados y las aplicaciones prácticas de estas ecuaciones en diversas disciplinas. El objetivo es demostrar cómo el conocimiento de la evolución histórica de estas ecuaciones puede enriquecer el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas en estudiantes y profesionales. Se emplearon métodos investigativos como el histórico lógico y bibliográfico. Se concluyo que la evolución de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas no solo refleja el progreso matemático, sino que también ha tenido un impacto significativo en el desarrollo de la ciencia, la tecnología y especialmente en la educación.

Palabras claves: Aplicaciones; desarrollo; impacto.

ABSTRACT

The evolution of quadratic and cubic equations has been crucial in the development of mathematics. From ancient geometric solutions to modern algebraic notation, these equations have influenced various disciplines, showing their relevance in mathematical theory and practical applications. This research analyses the historical evolution of quadratic and cubic equations using a descriptive and holistic approach. Key developments from ancient times to the modern period were explored. The contributions of prominent mathematicians and the practical applications of these equations in various disciplines are examined. The aim is to demonstrate how knowledge of the historical evolution of these equations can enrich students' and professionals' learning and understanding of mathematics. Research methods such as logical history and bibliography were employed. It was concluded that the evolution of quadratic and cubic equations reflects mathematical progress and has had a significant impact on the development of science, technology, and especially education.

Keywords: Application; development; impact.

INTRODUCCIÓN

El estudio de las ecuaciones cuadráticas en las matemáticas desempeña un papel fundamental en la formación técnica y científica de los estudiantes. Este tipo de ecuaciones, que se presentan en la forma general: $ax^2+bx+c=0$

No solo representan un concepto matemático clave, sino que también sirven como una herramienta esencial para resolver problemas en diversas disciplinas. A continuación, se explorarán las razones por las cuales el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas es crucial en estudiantes de diferentes áreas del conocimiento, sobre todo, en las matemáticas. El aprendizaje y la resolución de ecuaciones cuadráticas fomentan el desarrollo del pensamiento analítico y lógico. Los estudiantes deben comprender y aplicar diversos métodos para resolver estas ecuaciones, tales como factorización, competición del cuadrado y el uso de la fórmula cuadrática. Este proceso requiere un pensamiento estructurado y sistemático, habilidades que son transferibles a otros campos del conocimiento y problemas de la vida diaria.

Las ecuaciones cuadráticas son la base de conceptos matemáticos más avanzados que los estudiantes encontrarán en estudios superiores. En áreas como el cálculo, la física, la ingeniería y la economía, las ecuaciones cuadráticas aparecen de manera recurrente. Por ejemplo, en física, se utilizan para describir el movimiento de proyectiles, mientras que en economía pueden modelar funciones de ingresos y costos. Un dominio sólido de las ecuaciones cuadráticas y cúbicas prepara a los estudiantes para enfrentar estos desafíos académicos con mayor confianza y competencia. (Nobre, 2024)

Las ecuaciones cúbicas son ecuaciones polinómicas de tercer grado que tienen la forma general: $ax^3+bx^2+cx+d=0$. Donde a, b, c y d son coeficientes y $a\neq0$. Estas ecuaciones tienen una importancia significativa tanto en matemáticas como en diversas aplicaciones prácticas. Las ecuaciones cuadráticas y cúbicas tienen numerosas aplicaciones prácticas y reales que demuestran su relevancia más allá del aula. Por ejemplo, en la ingeniería civil, se utilizan para diseñar estructuras y analizar la resistencia de materiales. En la biología, pueden modelar el crecimiento poblacional de ciertas especies. Asimismo, en la informática, se emplean en algoritmos de optimización y análisis de gráficos. Estas aplicaciones muestran a los estudiantes la utilidad concreta de lo que están aprendiendo, incentivando su interés y motivación. (Contreras y Del Pino, 2017)

El proceso de resolver ecuaciones cuadráticas y cubicas también fomenta habilidades críticas en la resolución de problemas (Duarte y Octavio, 2020). Los estudiantes aprenden a abordar problemas complejos dividiéndolos en pasos manejables, a verificar sus soluciones y a considerar diferentes métodos de resolución. Estas habilidades son esenciales no solo en matemáticas, sino en cualquier situación que requiera un enfoque metódico para encontrar soluciones efectivas.

El problema principal radica en la falta de conocimiento acerca de la evolución histórica de ecuaciones cuadráticas y cúbicas para la comprensión de las matemáticas. El objetivo de este trabajo es analizar la evolución histórica de la ecuación cuadrática y cúbica. La presente es de tipo Descriptiva con un enfoque holístico en que se plantea como Hipótesis: al conocer su evolución histórica se adquiere un aprendizaje reflexivo y significativo para su aplicación. Se emplearon métodos de análisis-síntesis, método holístico en la concepción de todos los procesos de indagación y obtención de datos relevantes; y el método bibliográfico para generar datos confiables. Además, se emplearon técnicas y herramientas de recolección de datos que permitieron analizar y comparar resultados que validen la investigación. (Hernández et al., 2019)

Evolución histórica

La ecuación cuadrática ha tenido una evolución rica y fascinante a lo largo de la historia. A continuación, se presenta un recorrido por su desarrollo histórico. De la misma forma, las ecuaciones cúbicas tienen una rica historia que se remonta a los antiguos matemáticos babilonios y egipcios, quienes comenzaron a explorar soluciones a problemas geométricos y algebraicos. Sin embargo, fue en el siglo XVI cuando matemáticos italianos como Scipione del Ferro, Niccolò Tartaglia y Gerolamo Cardano desarrollaron métodos generales para resolver ecuaciones cúbicas. Este avance marcó un hito en el desarrollo del álgebra moderna y abrió el camino para resolver ecuaciones polinómicas de grados superiores. (Santana y Sánchez, 2021)

En la Antigüedad, Babilonios (alrededor de 2000 a.C.): Los matemáticos babilonios fueron de los primeros en resolver ecuaciones cuadráticas, aunque no usaron una notación algebraica como la que usamos hoy. Utilizaron métodos geométricos y tablillas cuneiformes para encontrar soluciones de ecuaciones cuadráticas. Su enfoque se basaba en fórmulas similares a las que conocemos hoy, aunque expresadas de manera diferente. (Solis, 2023)

Los babilonios y los egipcios resolvían problemas geométricos que implicaban volúmenes y áreas, algunos de los cuales pueden interpretarse como ecuaciones cúbicas. Sin embargo, no tenían métodos generales para resolver ecuaciones cúbicas. (Mata, 2021)

La Matemática Griega representada por Euclides (alrededor de 300 a.C.): Aunque Euclides no resolvió explícitamente ecuaciones cuadráticas, sus trabajos en geometría, particularmente en "Los Elementos", influyeron en la forma en que las ecuaciones cuadráticas fueron entendidas y resueltas. Utilizó métodos geométricos para problemas que hoy describiríamos con ecuaciones cuadráticas. (Pineda, 2021)

Diofanto de Alejandría (alrededor de 250 d.C.) considerado el "padre del álgebra", escribió la "Aritmética", una colección de libros en los que se resolvían ecuaciones algebraicas, incluidas las cuadráticas, utilizando métodos simbólicos. Diofanto vivió en una época en la que las matemáticas estaban en gran medida influenciadas por la geometría de los griegos, pero él dio un giro hacia un enfoque más algebraico. Su trabajo se sitúa en un periodo en que la matemática comenzaba a ser más sistemática y simbólica, sentando las bases para desarrollos posteriores en la matemática islámica y europea.

La influencia hindú, cuyo precursor fue Aryabhata (476–550 d.C.), presentó métodos para resolver ecuaciones cuadráticas en su obra "Aryabhatiya". Describió procedimientos similares a la fórmula cuadrática moderna. Brahmagupta (598–668 d.C.): En su obra "Brahmasphutasiddhanta", Brahmagupta describió métodos para resolver ecuaciones cuadráticas completas e incompletas. Presentó soluciones para ecuaciones de la forma ax2+bx+c=0ax^2 + bx + c = 0ax2+bx+c=0. Descubre el 0 resultante de la ecuación y agregan el alfabeto como expresión algebraica. (De León y de Albornoz, 2020)

Al-Khwarizmi (alrededor de 780–850 d.C.) referente de la Matemática Islámica, en su libro "Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala", Al-Khwarizmi presentó métodos sistemáticos para resolver ecuaciones cuadráticas, dividiéndolas en seis tipos y resolviendo cada tipo geométricamente. Su trabajo es fundamental para el desarrollo del álgebra. (Sánchez et al., 2020)

Omar Khayyam (siglo XI): El matemático y poeta persa Omar Khayyam fue uno de los primeros en encontrar soluciones geométricas a ciertas ecuaciones cúbicas utilizando intersecciones de cónicas (González, 2023). El impacto de Khayyam se extendió más allá de su tiempo. Su obra influyó en matemáticos posteriores, tanto en el mundo islámico como en Europa, donde sus ideas sobre la resolución de ecuaciones fueron revalorizadas en el Renacimiento. Su intersección de poesía y matemáticas también resaltó la profunda conexión entre estas disciplinas en la cultura persa.

En Europa Medieval y Renacimiento, Fibonacci (1170–1250 d.C.) en su obra "Liber Abaci", introdujo a Europa occidental los métodos algebraicos que había aprendido de los matemáticos árabes, incluyendo la resolución de ecuaciones cuadráticas. Durante el Renacimiento, matemáticos como Cardano y Tartaglia hicieron avances significativos en la teoría de ecuaciones cúbicas y cuadráticas, influenciando indirectamente la resolución de ecuaciones cuadráticas. Sin embargo, fueron en esta época los pioneros en presentar soluciones en base a procedimientos al igual que ecuaciones cúbicas, como en el caso de:

Scipione del Ferro (1465-1526): Matemático italiano que encontró la solución de una clase de ecuaciones cúbicas del tipo x^3+mx=n. No publicó su método, pero lo transmitió a sus estudiantes. Niccolò Tartaglia (1499-1557) redescubrió la solución de del Ferro y resolvió otros tipos de ecuaciones cúbicas. Participó en un concurso matemático donde reveló su método. Gerolamo Cardano (1501-1576) en su obra "Ars Magna" (1545), publicó las soluciones de ecuaciones cúbicas que aprendió de Tartaglia. Introdujo la fórmula general para resolver ecuaciones cúbicas y la aplicó a varios tipos de ecuaciones. (Recalde, 2024)

La colaboración y la competencia entre estos tres matemáticos llevaron al desarrollo de un enfoque más estructurado y formal para la resolución de ecuaciones. La introducción de la fórmula cúbica permitió que se sentaran las bases para el álgebra moderna y su formalización. Además, el enfoque de Cardano en la publicación de resultados sentó un precedente para la comunicación científica, impulsando la comunidad matemática hacia una mayor transparencia y colaboración.

DESARROLLO MODERNO

René Descartes (1596–1650) en "La Géométrie", introdujo el método de coordenadas, que permitió una interpretación geométrica de las ecuaciones cuadráticas y otras ecuaciones algebraicas. Desarrolló la geometría analítica, lo que permitió una representación algebraica de las curvas y facilitó el análisis de ecuaciones cúbicas. Blaise Pascal (1623–1662) y Pierre de Fermat (1607–1665): Estos matemáticos hicieron contribuciones importantes a la teoría de números y a la geometría analítica, que ayudaron a formalizar el tratamiento algebraico de las ecuaciones cuadráticas.

Abu Abdallah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi, conocido en occidente como Al-Khwarizmi, fue un matemático, astrónomo y geógrafo persa que vivió aproximadamente entre 780 y 850 d.C. Su trabajo es fundamental en la historia de las matemáticas, especialmente por sus contribuciones al desarrollo del álgebra (Mejías y Alsina, 2021). Entre sus aportes más significativos se detalla:

Álgebra

- "Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala": Este libro, cuyo título puede traducirse como "El compendio sobre cálculo por completación y balanceo", es una de las obras más influyentes de Al-Khwarizmi. En él, presentó métodos sistemáticos para resolver ecuaciones lineales y cuadráticas, estableciendo las bases para lo que hoy conocemos como álgebra.
- Al-Jabr (completación): Se refiere a la transposición de términos negativos al otro lado de una ecuación.
- Al-Muqabala (balanceo): Se refiere a la simplificación de términos iguales en ambos lados de una ecuación.
- Notación y Sistema Algebraico: Aunque Al-Khwarizmi no usó la notación algebraica moderna, su enfoque fue uno de los primeros en utilizar un método sistemático y general para resolver ecuaciones. Su trabajo introdujo términos y conceptos que han perdurado hasta nuestros días. (Garcia, 2023)

Astronomía y Geografía

- Al-Khwarizmi también hizo contribuciones significativas en astronomía y geografía. Escribió tablas astronómicas que fueron utilizadas ampliamente y realizó trabajos importantes en la medición y representación de la Tierra.
- Su libro "Kitab Surat al-Ard" (Libro de la Descripción de la Tierra) contenía las coordenadas de cientos de ciudades y localidades basadas en la obra de Ptolomeo, aunque corrigió y amplió considerablemente este trabajo. (Mejías y Alsina, 2021) Al-Khwarizmi es considerado uno de los fundadores de varias disciplinas científicas y matemáticas. Su

trabajo en álgebra no solo proporcionó una base sólida para futuras investigaciones y desarrollos, sino que también ayudó a consolidar la importancia del razonamiento abstracto y la resolución de problemas sistemática en la matemática.

Su legado perdura no solo en el campo de las matemáticas, sino también en la tecnología moderna y la informática, demostrando la profunda y duradera influencia de sus contribuciones en múltiples áreas del conocimiento.

Aplicación en las matemáticas modernas

Según Bello (2004), una ecuación cuadrática es aquella que tiene la forma de una suma algebraica de términos cuyo grado máximo es dos. En otras palabras, una ecuación cuadrática puede ser representada por un polinomio de segundo grado, o polinomio cuadrático. Este polinomio se puede representar mediante la gráfica de una función cuadrática, conocida como parábola. La representación gráfica de una parábola es especialmente útil porque las intersecciones de esta gráfica con el eje horizontal (eje x) coinciden con las soluciones de la ecuación cuadrática. Dado que pueden existir dos, una, o ninguna intersección, estos son los posibles números de soluciones reales de la ecuación. (De la Rosa, 2020)

Las ecuaciones cuadráticas se dice que son completas si tienen la forma genérica ax^2 $bx+c= 0$. De acuerdo al teorema fundamental del álgebra, una ecuación cuadrática posee dos raíces, así pues, al resolver una ecuación cuadrática del tipo $ax^2 + bx + c$ se buscan los valores de x que hagan que la ecuación sea igual a cero.

Para encontrar las soluciones o raíces de la ecuación cuadrática, se puede usar la fórmula cuadrática: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Estas raíces pueden ser:

- Dos raíces reales y distintas: Si el discriminante (Δ=b2−4ac) es mayor que cero ($\Delta > 0$), la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.
- Una raíz real doble: Si el discriminante es igual a cero ($\Delta=0$), la ecuación tiene una única solución real, también llamada raíz doble.
- Dos raíces complejas: Si el discriminante es menor que cero ($\Delta<0$), la ecuación tiene dos soluciones complejas conjugadas. (Indaburo et al., 2016)

Características

También (Garcia, 2023) detalla que las ecuaciones cuadráticas poseen particularidades y se mencionan las siguientes:

- El dominio es el conjunto de los números reales,
- Son continuas en todo su dominio,
- Siempre cortan en el eje Y en el punto (0, c),
- Cortarán al eje X (en unos o dos puntos) o no, de acuerdo a las soluciones de la ecuación ax2+bx+c = 0,
- Si "a" mayor a cero, la parábola está abierta hacia arriba; y si "a" menor a cero, la parábola está abierta hacia abajo,
- La literal "X" es la variable o incógnita, y las consonantes a,b y c son los coeficientes.
- Cuando mayor sea "a" más elegante será la parábola,
- Tienen un vértice, o sea un punto donde la función alcanza un mínimo ($a < 0$) o un máximo ($a > 0$).

Fórmula Cuadrática

Cuando no es posible factorizar una ecuación de segundo grado de la forma ax^2+bx+c, se emplea la "fórmula cuadrática" para obtener sus raíces. Los signos más y menos (+ o -) quieren decir que se tiene que sumar y restar a la vez, así que por lo general hay dos posibles soluciones. La parte (b2 - 4ac) se llama discriminante, porque sirve para separar entre los tipos permisibles de respuesta, que origina con ello las siguientes características:

- Si es positivo, existen dos soluciones,
- Si es cero únicamente hay una solución,
- Si es negativo hay dos soluciones que incluyen números imaginarios.

Para una ecuación cuadrática con coeficientes reales o complejas existen siempre dos soluciones, no necesariamente distintas, llamadas raíces, que también pueden ser reales o complejas (si los coeficientes son reales y existen dos soluciones no reales, entonces deben ser complejas conjugadas).

En consecuencia, la expresión dada dentro del signo del radical recibe el nombre de discriminante de la ecuación cuadrática, la cual suele simbolizarse con la letra D o bien con el símbolo Δ (delta), de acuerdo a la nomenclatura que los autores de textos utilizan. Una ecuación cuadrática con coeficientes reales tiene dos soluciones reales distintas o una sola solución real de multiplicidad dos, o bien dos raíces complejas, en la que el discriminante determina la índole y la cantidad de raíces que se pueden obtener.

Resolución de Ecuaciones Cuadráticas

Para resolver ecuaciones cuadráticas, (González, 2023) presenta tres métodos que se describen a continuación:

A. Por factorización: En la resolución de ecuaciones cuadráticas a través del método de factorización debe tomarse en cuenta ciertas condiciones, las cuales deberán darse para cumplir dicho propósito, y se enumeran a continuación:

- El coeficiente del primer término es 1,
- El primer término debe ser una letra cualquiera elevado al cuadrado,
- El segundo término deberá tener la misma letra que el primero con exponente uno y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa,
- El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo términos y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.

González (2023) también menciona que no debe olvidarse la reglamentación práctica al utilizar la factorización como metodología en la resolución de ecuaciones cuadráticas, sin perder de vista las condiciones que a continuación se mencionan:

- El trinomio se descompone de dos factores binomios cuyo primer término es "x", o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio,
- En el primer factor, después de "x" se escribe el signo del segundo término del trinomio, y en el segundo factor, después de "x" se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del 2º término del trinomio por el signo del tercer término del trinomio,
- Si los dos factores binomios tienen en el medio signos iguales se buscan dos números cuya suma sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. Estos números son los segundos términos de los binomios,
- Si los dos factores binomios tienen en el medio signos distintos se buscan dos números cuya diferencia sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio.

El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio, y el menor, el segundo término del segundo binomio. Esta regla práctica, muy sencilla en su aplicación, se puede demostrar con el siguiente ejemplo: Resolver la ecuación: x2 - 12x - 28 = 0

Aplicaciones

(Solis, 2023) indica que las funciones cuadráticas son más que curiosidades algebraicas; son ampliamente usadas en la ciencia, los negocios, y la ingeniería. La parábola con forma de U puede describir trayectorias de chorros de agua en una fuente y el rebote de una pelota, o pueden ser incorporadas en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros.

Las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, graficar el curso de objetos en movimiento, y asistir en la determinación de valores mínimos y máximos. Muchos de los objetos que se utilizan actualmente, desde los carros hasta los relojes, no existirían si alguien, en alguna parte, no hubiera aplicado funciones cuadráticas para su diseño. Por lo regular se recurre a utilizar ecuaciones cuadráticas en situaciones donde dos variables se multiplican juntas y ambas dependen de la misma variable, por ejemplo, cuando se trabaja con un área de alguna figura geométrica.

Si ambas extensiones están escritas en términos de la misma variable, se utiliza una ecuación cuadrática, puesto que en una aplicación en el caso de la cantidad de un producto vendido normalmente depende del precio, a veces se utiliza una ecuación cuadrática para representar las ganancias como un producto del precio y de la cantidad vendida. Las ecuaciones cuadráticas también son empleadas en temáticas de Física, en especial donde se trata con la gravedad, la trayectoria de una pelota o la forma de los cables en un puente suspendido, por ejemplo. (Mejías y Alsina, 2021)

Otra situación real muy común y fácil de entender de una función cuadrática es la trayectoria seguida por proyectiles lanzados hacia arriba y con cierto ángulo de elevación. En estos casos, la parábola representa el camino del objeto lanzado (pelota, roca, flecha o lo que se haya lanzado). Si se grafica la distancia en la coordenada del eje X y la altura en la coordenada en el eje Y, el trayecto del lanzamiento será el valor de X cuando Y sea cero. Este valor es una de las raíces de una ecuación cuadrática, o intersecciones en X, de la parábola. Se sabe cómo encontrar las raíces de una ecuación cuadrática, al hacer uso de métodos ya descritos anteriormente, como factorización, complementación de cuadrados o al aplicar la fórmula cuadrática. (De la Rosa, 2020)

Otro uso común de las ecuaciones cuadráticas en aplicaciones del mundo real es encontrar el valor máximo o mínimo de algo. El vértice es el punto donde una parábola da la vuelta. Para una parábola que abre hacia abajo, el vértice es el punto más alto, lo que ocurre al máximo valor posible de y. Para una parábola que abre hacia abajo, el vértice es el punto más bajo de la parábola, y ocurre al mínimo valor de Y. Para encontrar el máximo o el mínimo de una ecuación de segundo grado, usualmente requiere colocar la ecuación cuadrática en la forma vértice de dicha igualdad cuadrática; esto permite rápidamente identificar las coordenadas del vértice (h, k).

Las ecuaciones cuadráticas se utilizan para modelar situaciones o relaciones en los negocios, en la ciencia y en la medicina. Un uso común en los negocios es maximizar las ganancias, es decir, la diferencia entre los ingresos (dinero que entra) y los costos de producción (dinero gastado). La relación entre el costo de un artículo y la cantidad vendida es normalmente lineal. En otras palabras, por cada moneda de quetzal de incremento en el precio hay un decremento correspondiente en la cantidad vendida. Una vez que se determina la relación entre el precio de venta de un artículo y la cantidad vendida, se puede pensar en cómo generar la máxima ganancia.

Las funciones cuadráticas se usan en muchos tipos de situaciones del mundo real. Son útiles para describir la trayectoria de una bala, para determinar la altura de un objeto lanzado y para optimizar problemas de negocios. Cuando se resuelve un problema y se utiliza la fórmula general (cuadrática) puede que sea necesario encontrar el vértice o describir una sección de la parábola. (Garcia, 2023)

Ecuaciones cuadráticas y cúbicas y su aplicabilidad en la vida diaria

Las ecuaciones cuadráticas tienen una amplia gama de aplicaciones en la vida diaria y en diversas disciplinas como la física, la ingeniería, la economía y más. Aquí algunos ejemplos específicos de su aplicabilidad. Las ecuaciones cuadráticas y cúbicas son herramientas matemáticas esenciales que van más allá del aula, desempeñando un papel crucial en diversos aspectos de la vida cotidiana y profesional. Su comprensión no solo enriquece el aprendizaje académico, sino que también capacita a los individuos para resolver problemas complejos en múltiples disciplinas.

Primero, en el ámbito de la física, las ecuaciones cuadráticas son fundamentales para modelar el movimiento de proyectiles. Por ejemplo, al lanzar una pelota, se puede predecir su altura y la distancia que recorrerá utilizando una ecuación cuadrática. Esto no solo es útil en deportes, sino que también es esencial en la ingeniería, donde el diseño de estructuras debe considerar la gravedad y otras fuerzas.

Segundo, en la economía, las ecuaciones cuadráticas permiten a las empresas maximizar sus beneficios. Al modelar la relación entre precios y demanda, los empresarios pueden determinar el precio óptimo que maximiza sus ganancias. Esta capacidad de análisis es vital para la sostenibilidad y el crecimiento de los negocios. En economía, las ecuaciones cuadráticas pueden modelar situaciones de costos y beneficios. Por ejemplo, los ingresos de una empresa a menudo se modelan con funciones cuadráticas, donde los ingresos dependen de la cantidad producida y vendida. En economía y finanzas, las ecuaciones cúbicas, pueden también aparecer en la modelización de mercados y en la optimización de portafolios. Por ejemplo, al calcular el rendimiento de inversiones complejas o al analizar curvas de oferta y demanda. (Borromeo Ferri et al., 2021)

Los negocios utilizan ecuaciones cuadráticas para realizar análisis de punto de equilibrio, donde los ingresos igualan a los costos. También se aplican en estudios de oferta y demanda, así como en la planificación de la producción. En resumen, las ecuaciones cuadráticas son herramientas poderosas que ayudan a resolver una variedad de problemas prácticos en la vida diaria. Su aplicabilidad se extiende desde el diseño y la construcción hasta la economía y la planificación financiera. (Guzmán, 2021)

Por otro lado, las ecuaciones cúbicas, con su forma más compleja, son igualmente importantes. Se utilizan para modelar fenómenos que no siguen un patrón lineal, como el crecimiento poblacional en ecosistemas. En este contexto, comprender cómo se comportan las poblaciones permite a los biólogos y ecologistas prever cambios y tomar decisiones informadas sobre conservación.

Además, en el ámbito de la ingeniería de sonido, las ecuaciones cúbicas son cruciales para diseñar auditorios y espacios de actuación que optimizan la acústica, garantizando que el sonido se propague de manera efectiva. Esto es vital para la experiencia del público y la calidad de las presentaciones. Las ecuaciones cuadráticas se utilizan en problemas de optimización, como maximizar el área de un jardín con una cantidad limitada de cerca. Si se necesita encontrar las dimensiones que maximicen el área de un rectángulo con un perímetro fijo, se puede plantear el problema con una ecuación cuadrática. (Garcia, 2023)

Los ingenieros usan ecuaciones cuadráticas para calcular cargas y resistencias en estructuras como puentes y edificios. Estas ecuaciones ayudan a determinar la estabilidad y seguridad de las construcciones. En ingeniería, las ecuaciones cúbicas se utilizan en diversas aplicaciones prácticas, como el diseño de mecanismos, análisis estructural y control de sistemas. Ejemplos incluyen: diseño de engranajes, el análisis de la forma y la interacción de los dientes de los engranajes puede involucrar ecuaciones cúbicas. Vibraciones y oscilaciones la solución de problemas de vibraciones en sistemas mecánicos puede llevar a ecuaciones cúbicas.

Ecuaciones y su aplicabilidad en el campo educativo

El conocimiento de las ecuaciones cuadráticas es fundamental para el éxito en diversas evaluaciones y exámenes estandarizados. Pruebas como el SAT, ACT, y otras evaluaciones nacionales e internacionales incluyen problemas de ecuaciones cuadráticas. Por lo tanto, una comprensión profunda de estas ecuaciones no solo mejora el desempeño académico de los estudiantes, sino que también abre puertas a oportunidades educativas y profesionales.

Las ecuaciones, tanto lineales como no lineales, son pilares fundamentales en el campo educativo, desempeñando un papel crucial en el desarrollo del pensamiento crítico y la resolución de problemas en estudiantes de todas las edades. Su aplicabilidad en diversas disciplinas va más allá de la mera resolución matemática, impactando la comprensión de conceptos en ciencias, economía, ingeniería y más.

Es importante considerar que las ecuaciones fomentan el desarrollo del pensamiento lógico. Al resolver ecuaciones, los estudiantes aprenden a identificar variables, establecer relaciones y seguir un proceso estructurado. Este enfoque sistemático no solo es esencial en matemáticas, sino que también se traduce en habilidades valiosas en la vida diaria, como la toma de decisiones y la planificación.

Además, las ecuaciones son herramientas efectivas para modelar fenómenos del mundo real. En ciencias, por ejemplo, se utilizan ecuaciones para describir leyes físicas, como la gravedad o el movimiento. Esto permite a los estudiantes conectar conceptos abstractos con aplicaciones prácticas, facilitando una comprensión más profunda y significativa del contenido.

En el ámbito de la economía, las ecuaciones permiten a los estudiantes entender conceptos como la oferta y la demanda, así como el análisis de costos y beneficios. Aprender a utilizar ecuaciones en este contexto capacita a los futuros ciudadanos y profesionales para tomar decisiones informadas sobre recursos, inversiones y sostenibilidad.

Adicionalmente, el uso de ecuaciones en la tecnología y la programación es cada vez más relevante. En un mundo impulsado por datos, comprender cómo funcionan las ecuaciones permite a los estudiantes desarrollar habilidades en áreas como la inteligencia artificial y la ciencia de datos. Esto no solo los prepara para el mercado laboral, sino que también fomenta la creatividad y la innovación.

Discusión

Las ecuaciones cuadráticas y cúbicas son herramientas poderosas en la educación matemática. No solo enseñan conceptos matemáticos fundamentales, sino que también preparan a los estudiantes para enfrentar problemas complejos en diversas disciplinas. Incorporar estas ecuaciones de manera significativa en el currículo educativo puede enriquecer la experiencia de aprendizaje y fomentar un interés duradero por las matemáticas.

Al-Khwarizmi sistematizó el método de resolución de ecuaciones cuadráticas y sentó las bases del álgebra moderna. Su obra, que se tradujo a varias lenguas, enfatiza la importancia del "al-jabr" (recomposición), introduciendo un enfoque metódico que facilitó el aprendizaje. Este texto se considera fundamental en la educación matemática, mostrando cómo las matemáticas pueden resolver problemas prácticos.

Cardano es conocido por su enfoque innovador en la resolución de ecuaciones cúbicas. Su obra no solo ofrece soluciones, sino que también explora la teoría detrás de ellas. Cardano promovió la idea de que las matemáticas son una forma de arte, lo que puede inspirar a los educadores a presentar el contenido de manera más atractiva y creativa.

Gardner promovió la idea de que las matemáticas deben ser accesibles y divertidas. Su enfoque en problemas prácticos y curiosidades matemáticas puede hacer que el estudio de ecuaciones cuadráticas y cúbicas sea más atractivo. Esta filosofía sugiere que la gamificación y el uso de situaciones del mundo real pueden mejorar la motivación estudiantil.

Descartes introdujo el sistema de coordenadas cartesianas en su obra "La Geometría". Este enfoque facilitó la visualización de ecuaciones cuadráticas y cúbicas. Por ejemplo, una ecuación cuadrática puede representarse como una parábola en el plano, lo que ayuda a los estudiantes a entender sus propiedades gráficas (Mejías y Alsina, 2021). Su enfoque sistemático proporcionó una base sólida para la resolución de ecuaciones, lo que se volvió esencial en la educación matemática posterior. Esto también llevó al desarrollo de la notación algebraica moderna. Su introducción del sistema de coordenadas y el enfoque sistemático en la resolución de ecuaciones establecieron un puente entre la geometría y el álgebra, facilitando la enseñanza y el aprendizaje. Además, su énfasis en la claridad y la lógica en la presentación matemática sigue siendo relevante en la educación contemporánea.

Las ecuaciones cuadráticas aparecen con frecuencia en pruebas estandarizadas como el SAT y el ACT. Estas evaluaciones no solo miden la capacidad matemática de los estudiantes, sino que también evalúan su habilidad para aplicar conceptos en situaciones prácticas. El dominio de las ecuaciones cuadráticas permite a los estudiantes resolver problemas complejos, lo que puede ser decisivo para alcanzar puntuaciones altas y, por ende, acceder a instituciones educativas de prestigio.

El aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas trasciende las aulas. Estas ecuaciones modelan situaciones del mundo real, como la trayectoria de objetos en movimiento o la optimización de recursos. Al entender cómo funcionan, los estudiantes pueden aplicar su conocimiento a diversas disciplinas, desde la física hasta la economía. Esta aplicabilidad hace que el aprendizaje sea más significativo y relevante.

El proceso de resolver ecuaciones cuadráticas fomenta habilidades críticas como el pensamiento analítico, la resolución de problemas y la lógica (González, 2023). Estas habilidades son transferibles y se valoran en casi todos los campos profesionales. Por lo tanto, dominar este tema contribuye al desarrollo integral de los estudiantes, preparándolos no solo para exámenes, sino también para desafíos en su vida profesional y personal.

Una sólida comprensión de las ecuaciones cuadráticas puede abrir puertas en campos como la ingeniería, la informática y las ciencias naturales. Estas áreas requieren un manejo avanzado de conceptos matemáticos. Según (Ministerio de Educación, 2021) los estudiantes que sobresalen en este tipo de matemáticas tienen más probabilidades de seguir carreras en STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas), donde la demanda de profesionales capacitados es alta.

Sin embargo, existen diferentes desafíos en cuanto a su aprendizaje, pues estas ecuaciones son esenciales en la educación matemática básica. Comprenderlas permite a los estudiantes desarrollar habilidades críticas para resolver problemas más complejos en el futuro, y estudiantes encuentran las ecuaciones cuadráticas y cúbicas abstractas y difíciles de entender. Esto puede llevar a una falta de interés en las matemáticas, la complejidad de resolver ecuaciones cúbicas, en particular, puede ser un obstáculo. A menudo se requiere una comprensión sólida de varios conceptos matemáticos, lo que puede resultar intimidante.

CONCLUSIONES

La ecuación cuadrática ha evolucionado desde métodos geométricos y aritméticos antiguos hasta convertirse en una herramienta algebraica fundamental en la matemática moderna. A través de contribuciones de diversas culturas y épocas, se ha llegado a la comprensión y notación que se emplea hoy en día. Las ecuaciones cúbicas son fundamentales en muchos campos debido a su capacidad para modelar una amplia variedad de problemas complejos y fenómenos naturales. Su estudio y solución no solo han impulsado el desarrollo de la matemática pura, sino que también han proporcionado herramientas esenciales para aplicaciones prácticas en diversas disciplinas.

BIBLIOGRAFÍAS

Borromeo Ferri, R., Mena Lorca, J. J., & Mena Lorca, A. (2021). *Fomento de la Educación-STEM y la Modelización Matemática para profesores.* KOBRA. https://doi.org/10.17170/kobra-202106174132

Contreras, J., & Del Pino, C. (2017). Sobre la ecuación cúbica . *Revista del Instituto de Matemática y Física* .

Corry, L. (2021). Breve historia de los números: El pensamiento matemático a lo largo del tiempo. *Ediciones SN- España, 15*.

De la Rosa, F. M. (2020). Completando cuadrados. Suma. *Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*(95), 27-32.

De León, M., & de Albornoz, A. C. (2020). *Cónicas: Historia de su independencia del cono.* Los Libros De La Catarata.

Duarte, L. B., & Octavio, A. (2020). Diálogo sobre una Ecuación Cúbica. *Espacio Matemático, 1*(1), 50-53.

Garcia, J. C. (2023). Completación de cuadrados y cubos en la deducción geométrica-algebraica de la ecuación de tercer grado. *UNIÓN-REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 19*(69).

González, H. B. (2023). Descripción de algunos métodos de solución de ecuaciones algebraicas de tercer y cuarto grado en una variable: una reseña histórica. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 23*(2), 1-28.

Guzmán, L. M. (2021). Enseñanza del álgebra lineal a partir de una mirada cualitativa de los sistemas de ecuaciones lineales. *Praxis, Educación y Pedagogía,, 8*.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2019). *Metodología de la investigación.* Mexico: McGraw-Hill-Interamericana Editores S.A.

Indaburo, M. C., Jiménez, B. J., & Sarmiento, C. M. (2016). *Aportes de la Historia de las Matemáticas al Conocimiento Didáctico del Contenido del profesor de matemáticas en formación avanzada sobre las Ecuaciones Trigonométricas.* Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional.

Mata, R. C. (2021). OPUSCULO SOBRE LA SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN CÚBICA. *Revista Ingeniería, Matemáticas y Ciencias de la Información , 8*(15). https://doi.org/10.21017/rimci.2021.v8.n15.a93

Mejías, C., & Alsina, Á. (2021). Historical-epistemological development of algebra: its evolution toward different meanings. Mathematics. *Mathematics, Education and Internet Journal, 21*(2).

Mejías, Z. C., y Alsina, À. (2021). Desarrollo histórico-epistemológico del álgebra: evolución hacia distintos significados. *Desarrollo histórico-epistemológico del álgebra: evolución hacia distintos significados, 21*(2), 1-14.

Ministerio de Educación. (2021). *Bachillerato Técnico: Estrategia.* educacion.gob.ec : https://educacion.gob.ec/bachillerato-tecnico/

Nobre, S. (2024). Ecuaciones algebraicas: un abordaje histórico sobre el proceso de resolución de la ecuación de 2º grado. *Editora Livraria da Fisica*. https://doi.org/http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/165287

Pineda, R. J. (2021). Enseñanza y Aprendizaje de los Números Complejos a través de la Historia y la Geometría Dinámica. *RIULL*. https://doi.org/http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/22923

Recalde, C. L. (2024). *Lecturas de historia de las matemáticas.* Universidad del Valle.

Sánchez, T. C., Solano, M. M., & Fuentes, M. F. (2020). Los aportes más importantes de los árabes a las matemáticas. *Encuentros matemáticos*.

Santana, A. Y., & Sánchez, R. D. (2021). *Historia y Aplicación de las Matemáticas.* Tesis.Universidad del Caribe .

Solis, C. D. (2023). Situaciones Didácticas para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, desde la resolución de problemas en contextos. *Universidad del Quindío Armenia* . https://doi.org/https://bdigital.uniquindio.edu.co/handle/001/6632